Baccalauréat 2014 - ES/L
Nouvelle Calédonie

Série ES/L Obligatoire
Vendredi 7 Mars 2014

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité maths

Exercice 1. Probabilités — 5 points

Commun à tous les candidats

Une classe est composée de 17 filles dont 8 étudient le russe et 9 l'allemand et de 23 garçons dont 12 étudient le russe et 11 l'allemand.
Chaque élève étudie une et une seule de ces deux langues vivantes.
On choisit un élève au hasard dans la classe et on définit les évènements :

F l'évènement : « L'élève choisi est une fille » ;

G l'évènement : « L'élève choisi est un garçon » ;

R l'évènement : « L'élève choisi étudie le russe » ;

A l'évènement : « L'élève choisi étudie l'allemand ».

Rappel des notations :
Si X et Y sont deux évènements, $P(X)$ désigne la probabilité que l'évènement X se réalise et $P_Y(X)$ désigne la probabilité que l'évènement X se réalise sachant que l'évènement Y est réalisé.
$\overline{X}$ désigne l'évènement contraire de l'évènement X.

Chaque résultat sera exprimé sous forme décimale exacte ou sous la forme d'une fraction irréductible.
On pourra utiliser un tableau ou un arbre.

1. Calculer $P(G)$, $P(R \cap G)$ et $P(R)$.

2. Quelle est la probabilité que l'élève choisi soit une fille qui étudie l'allemand ?

3. L'élève choisi étudie le russe. Calculer la probabilité que cet élève soit un garçon.

4. On procède successivement deux fois au choix d'un élève de la classe. Le même élève peut être choisi deux fois.
Calculer la probabilité de l'évènement : « Les deux élèves choisis n'étudient pas la même langue ».

Exercice 2. Non Spé. : Suites et pourcentages — 5 points

Enseignement obligatoire

On a observé l'évolution des inscriptions dans le club de gymnastique d'une ville.

Chaque année, 30 % des personnes inscrites au club de gymnastique l'année précédente renouvellent leur inscription au club.
De plus, chaque année, 10 % des habitants de la ville qui n'étaient pas inscrits au club l'année précédente s'y inscrivent.
On appelle n le nombre d'années d'existence du club.
On note g_n la proportion de la population de la ville inscrite au club de gymnastique lors de l'année n et p_n la proportion de la population qui n'est pas inscrite.

La première année de fonctionnement du club (année « zéro »), 20 % des habitants de la ville se sont inscrits. On a donc $g_0 = 0,2$.

1. Soit n un entier naturel. Que vaut la somme $g_n + p_n$?

2. **2. a.** Justifier que, pour tout entier naturel n, $g_{n+1} = 0,3g_n + 0,1p_n$.

2. b. En déduire que, pour tout entier naturel n, $g_{n+1} = 0,2g_n + 0,1$.

3. Pour tout entier naturel n, on pose $u_n = g_n - 0,125$.
Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

4. Déterminer le sens de variation de la suite (u_n).

5. Montrer que pour tout entier n, $g_n = 0,125 + 0,075 \times 0,2^n$.
Comment la proportion de la population de la ville inscrite au club de gymnastique évolue-t-elle au cours des années ?

Exercice 3. Vrai/Faux — 4 points

Commun à tous les candidats

Pour chacune des affirmations ci-dessous, indiquer si elle est vraie ou fausse et **justifier la réponse**.

1. La fonction G définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par

$$G(x) = x \ln x - x + 10$$

est une primitive de la fonction g définie sur l'intervalle $]0\ ;\ +\infty[$ par
$g(x) = \ln x$.

2. On a l'égalité : $\displaystyle\int_0^1 \left(x^2 + 1\right)\ \mathrm{d}x = \frac{1}{3}$.

3. Soit X une variable aléatoire suivant la loi uniforme sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$.
On a alors : $E(X) = 1$.

4. Dans une population, la proportion de garçons à la naissance est $p = 0,51$.
L'intervalle de fluctuation asymptotique au seuil de 95 % de la proportion de garçons dans un échantillon de taille 100 est (en arrondissant les bornes à $0,001$ près) : $[0,412\ ;\ 0,608]$.

Exercice 4. Étude de fonction — 6 points

Commun à tous les candidats

Soit f la fonction définie sur l'intervalle [2 ; 5] par

$$f(x) = (3 - x)\mathrm{e}^x + 1,$$

soit f' sa fonction dérivée et soit f'' sa fonction dérivée seconde.

1. Montrer que, pour tout nombre réel x appartenant à l'intervalle $[2 ; 5]$,
$f'(x) = (2 - x)\mathrm{e}^x$ et $f''(x) = (1 - x)\mathrm{e}^x$.

2. Étudier les variations de la fonction f sur l'intervalle $[2 ; 5]$.

3. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une unique solution α dans l'intervalle $[2 ; 5]$.
Montrer que : $3 < \alpha < 4$.

4. **4. a.** Soit T la tangente à la courbe représentative de la fonction f au point d'abscisse 3.
Montrer que T a pour équation $y = -\mathrm{e}^3 x + 3\mathrm{e}^3 + 1$.

4. b. Déterminer les coordonnées du point d'intersection de la droite T et de l'axe des abscisses.

4. c. Étudier le signe de $f''(x)$ sur l'intervalle $[2 ; 5]$ et en déduire la convexité ou la concavité de f sur cet intervalle.

4. d. En déduire que : $\alpha < 3 + \dfrac{1}{\mathrm{e}^3}$.

On a donc : $3 < \alpha < 3 + \dfrac{1}{\mathrm{e}^3} < 3,05$.

5. On considère l'algorithme suivant :

```
Variables :        a, b, m et r sont des nombres réels
Initialisation :   Affecter à a la valeur 3
                   Affecter à b la valeur 3,05
Entrée :           Saisir r
Traitement :       TANT QUE b − a > r
                      Affecter à m la valeur (a + b)/2
                      SI f(m) > 0
                         ALORS Affecter à a la valeur m
                         SINON Affecter à b la valeur m
                      FIN SI
                   FIN TANT QUE
Sortie :           Afficher a.
                   Afficher b
```

5. a. Faire fonctionner l'algorithme précédent avec $r = 0,01$ en recopiant et complétant le tableau ci-dessous. On arrondira au millième les valeurs de $f(m)$.

	$b-a$	$b-a>r$	m	$f(m)$	$f(m)>0$	a	b
Initialisation						3	3,05
étape 1	0,05	oui	3,025	0,485	oui	3,025	3,05
étape 2							
étape 3							

5. b. Interpréter les résultats trouvés pour a et b à la fin de l'étape 3.