



## Exercice 1. QCM

4 points

1. Question 1. **B :  $\frac{25}{7}$**

$$\left(\frac{2}{7} + \frac{3}{7}\right) \div \frac{1}{5} = \frac{5}{7} \times \frac{5}{1} = \frac{25}{7}$$

2. Question 2. **B : 7**

Le PGCD de 84 et 133 est le plus grand entier qui les divise.

- On exclut 3 qui ne divise pas 133 ;
- Les entiers 1 et 7 divisent les 84 et 133, mais 7 est le plus grand donc c'est le candidat possible.

**Remarque** : cela ne justifie pas que 7 soit le PGCD, mais exclut les deux autres.

3. Question 3. **A :  $x \leq \frac{-4}{3}$**

$$-3x + 5 \geq 9 \iff -3x \geq 4$$

on divise les deux membres par  $-3 < 0$  donc l'ordre change

$$-3x + 5 \geq 9 \iff x \leq \frac{4}{-3} = \frac{-4}{3}$$

4. Question 4. **C :  $3 + 2\sqrt{2}$**

$$(1 + \sqrt{2})^2 = 1 + 2\sqrt{2} + (\sqrt{2})^2 = 1 + 2\sqrt{2} + 2 = \frac{3 + 2\sqrt{2}}$$

## Exercice 2.

3 points

Le boudin est composé d'un cylindre et de deux demi-sphères :

- **Calcul du volume  $\mathcal{V}_1$  du cylindre.**

Le cylindre a comme hauteur 50 cm et comme rayon 8 cm (la moitié de AC). On utilise donc la formule donnée dans l'énoncé :

$$\mathcal{V}_1 = 8^2 \times 50 \times \pi = 3200\pi \text{ cm}^3$$

- **Calcul du volume  $\mathcal{V}_2$  des deux demi-sphères .**

Il s'agit de deux demi-sphères de même rayon 8 cm, donc leur volume est le même que celui d'une sphère entière de rayon 8 cm. On applique donc la formule donnée dans l'énoncé :

$$\mathcal{V}_2 = \frac{4}{3}\pi 8^3 = \frac{2048}{3}\pi \text{ cm}^3$$



• **Calcul du volume  $\mathcal{V}$  du boudin .**

Le volume du boudin est alors la somme de  $\mathcal{V}_1$  et de  $\mathcal{V}_2$  soit :

$$\begin{aligned}\mathcal{V} &= \mathcal{V}_1 + \mathcal{V}_2 \\ \mathcal{V} &= 3\,200\pi + \frac{2\,048}{3}\pi \text{ cm}^3 \\ \mathcal{V} &= \left(\frac{3\,200 \times 3}{3} + \frac{2\,048}{3}\right)\pi \text{ cm}^3\end{aligned}$$

Donc le volume exacte du boudin, puis arrondi au centième est :

$$\mathcal{V} = \frac{11\,648}{3}\pi \text{ cm}^3 \approx 12\,197,76 \text{ cm}^3$$

**Exercice 3.**

**3 point**

1. On cherche le temps minimal pour parcourir 240 km à la vitesse maximale de 8 km/h .  
On peut dresser un tableau de proportionnalité :

Distance (km)	240 km	8 km
Temps (h)	$t$	1 h

On a donc

$$t = \frac{240}{8} = 30 \text{ heures}$$

Il faut donc **30 heures**.

2. Le volume de l'écluse, assimilée à un pavé droit est le produit de ses longueur, largeur et hauteur soit :

$$\mathcal{V} = 8,4 \text{ m} \times 30 \text{ m} \times 3 \text{ m} = 756 \text{ m}^3$$

3. Le prix initial de 882 euros augmente de 27% donc le prix de la location pour cette période est :

$$882 + 882 \times \frac{27}{100} = 882 \times \left(1 + \frac{27}{100}\right) = \mathbf{1\,120,14 \text{ euros}}$$

**Exercice 4.**

**3 point**

**Attention** : Il y a une ambiguïté dans le sujet, on ne sait pas si les hauteurs données sont relatives ou absolues.

1. **Quelle formule saisir en M5 ?**

Le dénivelé du parcours est la différence de hauteur entre la fin et le début du parcours.

- **1<sup>er</sup> cas** : Si les hauteurs exprimées dans le tableau sont des hauteurs absolues et non relatives : il ne sert donc à rien de faire le calcul à chaque passage d'écluse. Dans ce cas, on saisira donc la formule suivante :

$$= L3 - B3$$

- **2<sup>ème</sup> cas** Si les hauteurs sont des hauteurs relatives, alors il faut faire la somme des hauteurs et dans ce cas on saisira :

$$= \text{SOMME}(B3 : L3)$$

2. **Quelle est la valeur du dénivelé du parcours ?**

- **1<sup>er</sup> cas** : Si les hauteurs exprimées dans le tableau sont des hauteurs absolues.

$$-5,23 - 2,44 = -7,67 \text{ m}$$

Le dénivelé est donc de **-7,67 m**.



- 2<sup>ème</sup> cas : Si les hauteurs sont des hauteurs relatives.

$$= \text{SOMME}(B3 : L3) = -21,47$$

Le dénivelé est donc de - 21,47 m.

### 3. Le parcours est-il, globalement, ascendant ou descendant ?

Le parcours est globalement descendant puisque le dénivelé est négatif.

## Exercice 5.

3 point

### Erreur dans l'énoncé

C'est bien sûr ABCD qui est un rectangle (et non ABCD)

Pour que la hauteur du siège soit adaptée, il faut que la hauteur de l'assise, ici notée CE, soit comprise entre 44 cm et 46 cm. On va donc calculer CE.

- Le triangle ACE est rectangle en C d'après les données donc d'après le théorème de Pythagore :

$$AE^2 = AC^2 + CE^2$$

$$56^2 = 34^2 + CE^2$$

$$CE^2 = 56^2 - 34^2 = 1\,869$$

or CE est positif car c'est une longueur donc :

$$CE = \sqrt{1\,869} \text{ cm}$$

- La hauteur CE est donc de :

$$CE = \sqrt{1\,869} \text{ cm} \approx 44,50 \text{ cm}$$

- La hauteur est comprise entre 44 cm et 46 cm donc **elle est adaptée à Nicolas.**

## Exercice 6.

6 point

### Erreur dans l'énoncé

On ne peut pas répondre aux questions posées avec les données dont nous disposons. On doit donc supposer :

- Que le dé est un dé cubique, donc ayant 6 faces. Il existe des dés octaédriques, tétraédriques ...
- Que chaque face est numérotée de 1 à 6. On pourrait avoir un dé avec seulement des nombres pairs par exemple ...

### 1. Est-ce que, lors du jet de dé, la probabilité d'obtenir un « 1 » est la même que celle d'obtenir un « 5 » ? Expliquez.

« Les dés sont équilibrés » nous dit l'énoncé ; il faut donc comprendre que les différentes issues de l'expérience ont la même probabilité. Avec un dé cubique aux faces numérotées de 1 à 6, la probabilité d'obtenir 1 est donc la même que celle d'obtenir 5.

### 2. Pourquoi le nombre d'issues possibles quand il lance les deux dés est de 36 ?

Il y a 6 issues possibles pour le dé jaune et 6 issues possibles pour le dé rouge, soit  $6 \times 6 = 36$  combinaisons possibles.

Pour être plus rigoureux, on peut chercher à décrire l'univers  $\Omega$  mais cela dépasse le cadre du programme.

En notant  $(x ; y)$  l'évènement, « obtenir  $x$  avec le dé jaune et  $y$  avec le dé rouge » on a :

$$\Omega = \{(x ; y) ; 1 \leq x \leq 6, 1 \leq y \leq 6, x \in \mathbb{N}, y \in \mathbb{N}\}$$

Ainsi

$$\text{card } \Omega = 6 \times 6 = 36$$

### 3. Paul a déjà fait 2 lancers et a obtenu 650 points. Quelle est la probabilité qu'il gagne la partie à son troisième lancer ?

Paul a déjà obtenu 650 points. Il lui manque donc au moins 350 points pour gagner la partie et il doit donc obtenir :

- ou un double 4 : 400 points ;
- ou un double 5 : 500 points ;



- ou un double 6 : 600 points ;
- ou un double 1 : 1 000 points ;

Il y a donc 4 issues favorables pour 36 issues possibles d'après la question 2. . Or, toutes les issues sont équiprobables puisque les dés sont équilibrés. Il y a donc équiprobabilité et la probabilité de gagner est donc de :

$$\frac{4}{36} \approx 11\%$$

### Exercice 7.

5 points

#### 1. Calculer l'arrondi à l'unité de la vitesse de l'eau s'écoulant par la vantelle à l'instant de son ouverture.

La vitesse de l'eau s'écoulant par la vantelle à l'instant de son ouverture est :

$$v = \sqrt{2 \times 9,81(4,3 - 1,8)} = \sqrt{49,05} \approx 7 \text{ m.s}^{-1}$$

#### 2. Pour quelle valeur de $x$ , la vitesse d'écoulement de l'eau sera-elle-nulle ? Qu'en déduit-on pour le niveau de l'eau dans l'écluse dans ce cas ?

La vitesse sera nulle quand

$$h - x = 0 \iff h = x = 4,3 \text{ m}$$

C'est-à-dire quand le bassin amont aura la même hauteur que le bassin de l'écluse.

#### 3. Déterminer, par lecture graphique, la vitesse d'écoulement lorsque la hauteur de l'eau dans l'écluse est de 3,4 m.

Il suffit de lire sur le graphique l'ordonnée du point de la courbe d'abscisse  $x = 3,4 \text{ m}$  soit 4,2.

La vitesse d'écoulement est alors d'environ **4,2 m.s<sup>-1</sup>**.

### Exercice 8.

4 points

#### 1. Quelle est l'aire exacte, en $\text{m}^2$ , de la vantelle ?

L'aire d'un disque de rayon  $R = 30 \text{ cm}$  est donnée par :

$$\mathcal{A} = R^2 \times \pi = 30^2 \times \pi = 900\pi \text{ cm}^2 = 0,09 \pi \text{ m}^2$$

On rappelle que  $1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$ .

#### 2. Déterminer le débit moyen arrondi au millième de cette vantelle durant le remplissage.

Le débit moyen arrondi au millième de cette vantelle est :

$$q = 2,8 \times 0,09\pi = 0,252\pi \text{ m}^3.\text{s}^{-1} \approx 0,792 \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$$

#### 3. Pendant combien de secondes, faudra-t-il patienter pour le remplissage d'une écluse de capacité $756 \text{ m}^3$ ?

Est-ce qu'on attendra plus de 15 minutes ?

On vient de montrer que le débit moyen est de  $q = 0,252\pi \text{ m}^3.\text{s}^{-1}$ . Cela signifie qu'en 1 seconde il s'écoule exactement  $0,252\pi \text{ m}^3$ . On cherche alors le temps de remplissage pour une capacité de  $756 \text{ m}^3$ . Un tableau de proportionnalité nous donne alors facilement le résultat :

Capacité ( $\text{m}^3$ )	$756 \text{ m}^3$	$0,252\pi \text{ m}^3$
Durée (seconde)	$t$	1 s

Donc la durée de remplissage de l'écluse de  $756 \text{ m}^3$  est de :

$$t = \frac{756 \times 1}{0,252\pi} \approx 954,92 \text{ secondes} \approx 15,92 \text{ minutes}$$

Soit environ **15 minutes et 55 secondes**. On attendra donc plus de 15 minutes.



## Exercice 9.

5 points

### Attention

On va supposer que les bords du canal sont parallèles et que la droite (AB) est perpendiculaire commune aux deux bords

- **Déterminons AH**

Le triangle APB est isocèle en P donc la hauteur (PH) issue de P est aussi médiatrice du segment [AB]. De ce fait le pied H de cette hauteur est aussi le milieu du segment [AB] soit :

$$AH = \frac{1}{2}AB = \frac{5,8}{2} = 2,9 \text{ m}$$

- **Déterminons  $\widehat{PAH}$**

On doit ici supposer, même si rien ne l'indique, que les bords du canal sont parallèles et que la droite (AB) est perpendiculaire commune aux deux bords.

Dans ce cas les angles  $\widehat{PAH}$  et celui de mesure  $55^\circ$  sont complémentaires. On a donc :

$$\widehat{PAH} = 90^\circ - 55^\circ = 35^\circ$$

- **Déterminons AP**

On se place dans le triangle APH rectangle en H, on peut appliquer les formules de trigonométrie :

$$\cos \widehat{PAH} = \frac{AH}{AP}$$

$$\cos 35^\circ = \frac{2,9}{AP}$$

soit arrondi au centimètre près

$$AP = \frac{2,9}{\cos 35^\circ} \approx 3,54 \text{ m}$$

La longueur de chaque porte est donc d'environ 3,54 m soit de 7,08 m pour les deux (arrondi au centimètre).

**- Fin du devoir -**